Terminale 1 et 3 Le 21-09-2024 1h45 Coefficient 1 Calculatrice autorisée

Exercice

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a l'égalité

$$1+3+5+7+\ldots+(2n+1)=(n+1)^2$$

Cours

Soit l un nombre réel et soit (u_n) une suite de nombres réels.

1) β désigne $-\infty$, ou $+\infty$, ou l, ou l^-, ou l^+.
   Donner la définition, en une seule phrase en français, de la suite (u_n) tend vers β.

2) Donner la définition, de manière purement symbolique, des égalités

   a) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=-\infty$.
   b) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$.
   c) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=l$.
   d) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=l^-$.
   e) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=l^+$.

Exercice

1) Soit (u_n) la suite de nombres réels définie par $\forall n\in\mathbb{N} \quad u_n=-3n^2+4n+1$.
   On a $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=-\infty$.
   Déterminer le plus petit entier naturel N tel que $n\geq N\Rightarrow u_n\in\,]-\infty;-10000[$.
2) Soit (v_n) la suite de nombres réels définie par $\forall n\in\mathbb{N} \quad v_n=\dfrac{n}{n+1}$.
   On a $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=1$.
   Déterminer le plus petit entier naturel N tel que $n\geq N\Rightarrow v_n\in\,]1-0.01;1+0.01[$.

Algorithmique (Python)

Soit (w_n) la suite de nombres réels définie par $\forall n\in\mathbb{N}^* \quad w_n=n^3+2n+5$.

On admet que la suite $(w_n)_{n\geq1}$ est croissante et tend vers $+\infty$.

1) Ecrire un algorithme en Python qui demande à l'utilisateur un nombre réel b puis détermine et affiche le plus petit entier naturel N à partir duquel $n\geq N\Rightarrow w_n\in\,]b;+\infty[$.
2) Qu'affiche la calculatrice lorsque l'utilisateur saisit le nombre réel $b=100000$?